

Тезисы доклада

Титульный лист

- Представиться
- Название проекта (Численное интегрирование в ограниченной задаче трёх тел. Создание инструмента для изучения движения тела в системе Земля-Луна)
- Год назад посмотрел «Аполлон-13»
- Формулы - символы на бумаге
- PhET, Desmos, Universe Sandbox не моделирует движение аппарата с точками Лагранжа, тягой и контролем точности
- Решил сделать сам

Введение в тему

- Задача трёх тел - классическая задача механики
- Я рассматриваю ее упрощение
- Получается круговая ограниченная задача или же КОЗТТ
- Вращающаяся СО с центром в барицентре системы

Актуальность и аналоги

- Сравнение с существующими инструментами
- Ни один не моделирует движение тела в КОЗТТ, 3D, тягой и контролем точности через Якоби

rocketlauncher.space

- Протестируйте инструмент

Цели и задачи

Цель моей работы - создать обучающий веб-симулятор. Шесть задач:

1. Изучить основы КОЗТТ
2. Вывести уравнения движения во вращающейся системе отсчета
3. Реализовать расчет траектории методом Эйлера
4. Реализовать метод Верле, сравнить точность с Эйлером
5. Численно найти точки Лагранжа L1-L5
6. Создать интерактивный 3D веб-симулятор

Математическая модель

- Вот уравнения движения
- Член $2w \cdot \vec{v}$
- Зависит от скорости
- Запомните это

Область применимости

- Есть область применимости
- Три допущения:
 1. Круговая орбита Луны
 2. Малая масса аппарата
 3. Не учитываем влияние Солнца
- Не для расчета траекторий реальных миссий
- Для понимания динамики

Три интегратора

- Пуанкаре доказал, что аналитического решения нет
- Численное интегрирование
- Метод Эйлера - простейший способ
- Первая неудача - ошибка вычислений накапливается за 30 дней до 20-30%
- Не соблюдал размерность (скорость в км/с, а все остальное в СИ)
- Ошибка все равно накапливалась, но за тот же период времени не превышала 5%
- Однако, этого было недостаточно
- Эйлер - метод первого порядка (вычисление ускорения один раз за шаг).
Уменьшаешь шаг вдвое - ошибка уменьшается вдвое
- Метод Верле - метод второго порядка (вычисление ускорения два раза за шаг)
- Про метод Верле с итеративной коррекцией скорости, который указан на этом слайде, я расскажу позже

Интеграл Якоби

- Для контроля точности
- Интеграл Якоби - единственная величина, которая сохраняется в КОЗТТ
- Дрейф - мера ошибки

Log-log сходимость

- Самая неожиданная неудача
- Построил log-log график для Эйлера и Верле (красная и желтая прямые)
- Верле - метод, который должен быть второго порядка - ведёт себя как первый

- Тангенс угла наклона на графике 1, а не 2
- Сила Кориолиса
- Явный Верле предполагает, что ускорение зависит только от положения
- Сила Кориолиса зависит от скорости
- Верле подставляет приближенную скорость и теряет порядок точности
- Решение - Верле с итеративной коррекцией скорости
- Три итерации за каждый шаг уточняют скорость. Результат на графике. При шаге 30 секунд: ошибка Эйлера - 8 километров. Верле с итеративной коррекцией скорости - 13 сантиметров. Разница в 58 000 раз.

Адаптивный шаг

- Есть члены вида $\frac{1}{r}$
- Близко к планете - значение r резко уменьшается, а сила и ускорение увеличиваются
- Неточность превращается в гигантскую ошибку
- При приближении к Земле или Луне, dt уменьшается пропорционально скорости

Точки Лагранжа L1–L5: графическое решение

- Точки Лагранжа - это пять точек, где аппарат может зависнуть неподвижно
- Зануляем скорости и ускорения в уравнениях движения
- Из уравнения на z получаем, что $z = 0$
- Построил в Desmos уравнения на x и y
- Точки пересечения двух графиков
- Стал приближать
- В одном месте ускорение меняет знак

Точки Лагранжа L1–L5: численное решение

- Решил искать эту точку автоматически - делить отрезок пополам и смотреть, где знак меняется
- Написал алгоритм. Он нашёл L1 с точностью до 10^{-18}
- Потом узнал, что этот метод называется «бисекция»
- Пришёл к нему сам из графика в Desmos

Личный вклад

- Вывод уравнений движения
- Реализация интеграла Якоби как инструмента проверки точности
- 3 интегратора
- Серия из 7 вычислительных экспериментов для количественной верификации

- Нахождение точек Лагранжа L1–L5
- 3D веб-симулятор

Пути развития

- Учесть эксцентриситет орбиты Луны (решить Эллиптическую ОЗТТ)
- Добавить Солнце
- Реализовать удержание гало-орбиты
- Создать лабораторные работы (создать набор заданий)

Выводы

- Все шесть задач выполнены
- Цель работы, создать обучающий веб-симулятор, достигнута
- Верле с итеративной коррекцией скорости точнее Эйлера в 58 тысяч раз.

Демонстрация

- Продемонстрирую вам работу моего инструмента
- Снизу расположены 7 численных экспериментов (приложения)
- Материалы для доклада
- В самом верху три инструмента:
 1. 3D-веб симулятор
 2. Первоначальная его версия
 3. Инструмент для поиска точек Лагранжа
- Встречают две траектории, начинающиеся в точке Лагранжа L1 с направленной в разные стороны одинаковой скоростью
- Можем выбрать сценарии
- Можем создать свой сценарий полета
- Можно добавлять несколько тел для сравнения
- Менять все возможные параметры полета/визуализации

Спасибо за внимание

- Спасибо за внимание. Готов ответить на все вопросы.