

Тезисы научной работы: Численное интегрирование в ограниченной задаче трёх тел. Создание инструмента для изучения движения тела в системе Земля-Луна.

Ключников Александр

Введение и актуальность

Задача трёх тел является одной из фундаментальных проблем небесной механики. Она описывает движение трёх тел, взаимодействующих посредством гравитации, и в общем случае не имеет аналитического решения.

Ограниченная задача трёх тел (ОЗТТ) — частный случай этой задачи, в котором рассматривается движение тела пренебрежимо малой массы в гравитационном поле двух массивных тел (например, Земли и Луны), движущихся по круговым орбитам вокруг общего центра масс.

Отсутствие точного аналитического решения делает численные методы основным инструментом исследования данной задачи. Моделирование движения в системе Земля–Луна имеет важное практическое значение в космонавтике, астрономии и образовании.

Актуальность проекта обусловлена возможностью:

- моделирования траекторий космических аппаратов;
- изучения устойчивых и неустойчивых орбит;
- исследования точек Лагранжа;
- наглядного представления сложных динамических процессов.

Цель и задачи работы

Цель работы

Разработать программный инструмент для численного исследования движения тела в системе Земля–Луна в рамках ограниченной задачи трёх тел.

Задачи

- Изучить теоретические основы ограниченной задачи трёх тел.
- Вывести уравнения движения в вращающейся системе координат.

- Реализовать численное интегрирование уравнений движения.
- Получить зависимость координат и скоростей от времени в виде массивов данных.
- Построить графики изменения параметров движения.
- Создать интерактивное приложение для визуализации траектории движения.

Математическая модель

Рассматривается система координат, вращающаяся вместе с Землёй и Луной. В этой системе уравнения движения тела имеют вид:

$$\begin{aligned}\ddot{x} - 2\omega\dot{y} &= \omega^2x - \frac{GM_E(x + d_E)}{r_E^3} - \frac{GM_M(x - d_M)}{r_M^3} \\ \ddot{y} + 2\omega\dot{x} &= \omega^2y - \frac{GM_Ey}{r_E^3} - \frac{GM_My}{r_M^3} \\ \ddot{z} &= -\frac{GM_Ez}{r_E^3} - \frac{GM_Mz}{r_M^3}\end{aligned}$$

где:

- (G) — гравитационная постоянная;
- $(M_E), (M_M)$ — массы Земли и Луны;
- $(d_E), (d_M)$ — расстояния от центра масс до Земли и Луны;
- $(r_E), (r_M)$ — расстояния от тела до центров Земли и Луны;
- (ω) — угловая скорость вращения системы.

Численный метод

Для решения системы дифференциальных уравнений используется явный метод Эйлера с шагом интегрирования (Δt) .

Обновление скоростей:

$$\vec{v}(t + \Delta t) = \vec{v}(t) + \vec{a}(t)\Delta t$$

Обновление координат:

$$\vec{r}(t + \Delta t) = \vec{r}(t) + \vec{v}(t)\Delta t + \frac{1}{2}\vec{a}(t)\Delta t^2$$

Несмотря на простоту, данный метод позволяет качественно исследовать динамику системы при достаточно малом шаге по времени.

Реализация и результаты

В рамках проекта было реализовано интерактивное приложение с использованием языка программирования Python и библиотеки Streamlit.

Возможности приложения:

- задание начальных условий движения;
- численное интегрирование уравнений движения;
- построение графиков зависимости координат и скоростей от времени;
- визуализация траектории движения в трёхмерном пространстве.

Приложение позволяет наглядно исследовать влияние начальных условий на характер движения тела.

Выводы

В ходе работы были получены следующие выводы:

- Численные методы являются основным инструментом исследования ограниченной задачи трёх тел.
- Даже простой метод Эйлера позволяет качественно изучать динамику системы.
- В системе Земля–Луна существуют области динамической неустойчивости.
- Малые изменения начальных условий могут приводить к принципиально различным траекториям.
- Задача трёх тел демонстрирует переход от регулярных орбит к хаотическому движению.

Перспективы развития

В дальнейшем проект может быть расширен:

- учётом солнечного возмущения (задача четырёх тел);
- использованием более точных численных методов;
- исследованием долгосрочной эволюции орбит;
- применением инструмента в учебных курсах по физике и астрономии.

Список использованной литературы

- Murray C. D., Dermott S. F. Solar System Dynamics. Cambridge University Press, 1999.
- Szebehely V. Theory of Orbits: The Restricted Problem of Three Bodies. Academic Press, 1967.
- Vallado D. A., Crawford P., Hujsa R., Kelso T. S. Revisiting Spacetrack Report №3. AIAA, 2006.
- Golomb M. Lectures on Theory of Approximation. 1959.